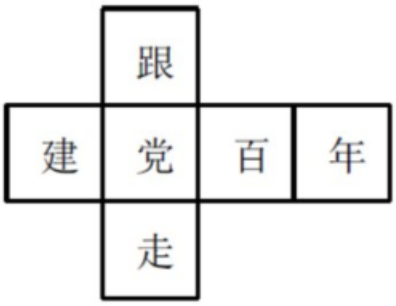
2021年深圳中考数学试卷

一、选择题（每题3分，共30分）

1．如图是一个正方体的展开图，把展开图折叠成小正方体后，和“建”字所在面相对的面上的字是（　　）

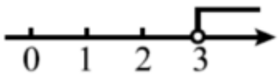


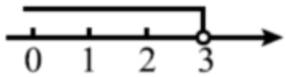
A．跟　　　　B．百　　　　C．走　　　　D．年

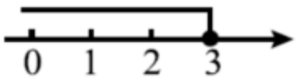
2．$-\dfrac{1}{2021}$的相反数（　　）

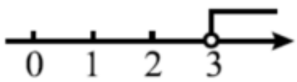
A．2021　　　　B．$\dfrac{1}{2021}$　　　　C．－2021　　　　D．$-\dfrac{1}{2021}$

3．不等式$x-1>2$的解集在数轴上表示为（　　）

A．

B．

C．

D．

4．《你好，李焕英》的票房数据是：109，133，120，118，124，那么这组数据的中位数是（　　）

A．124　　　　B．120　　　　C．118　　　　D．109

5．下列运算中，正确的是（　　）

A．$2a^2\cdot a=2a^3$　　　　B．$\left(a^2\right)^3=a^5$　　　　C．$a^2+a^3=a^5$　　　　D．$a^6\div a^2=a^3$

6．计算$|1-\tan 60°|$的值为（　　）

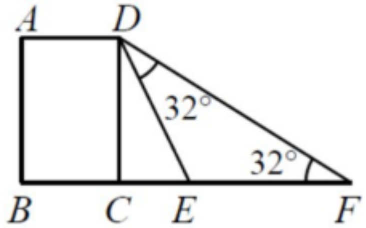
A．$1-\sqrt{3}$　　　　B．0　　　　C．$\sqrt{3}-1$　　　　D．$1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

7．《九章算术》中有问题：1亩好田是300元，7亩坏田是500元，一人买了好田坏田一共是100亩，花费了10000元，问他买了多少亩好田和坏田？设一亩好田为x元，一亩坏田为y元，根据题意列方程组得（　　）

A．$\begin{cases}x+y=100\\300x+\dfrac{7}{500}y=10000\end{cases}$　　　　B．$\begin{cases}x+y=100\\300x+\dfrac{500}{7}y=10000\end{cases}$

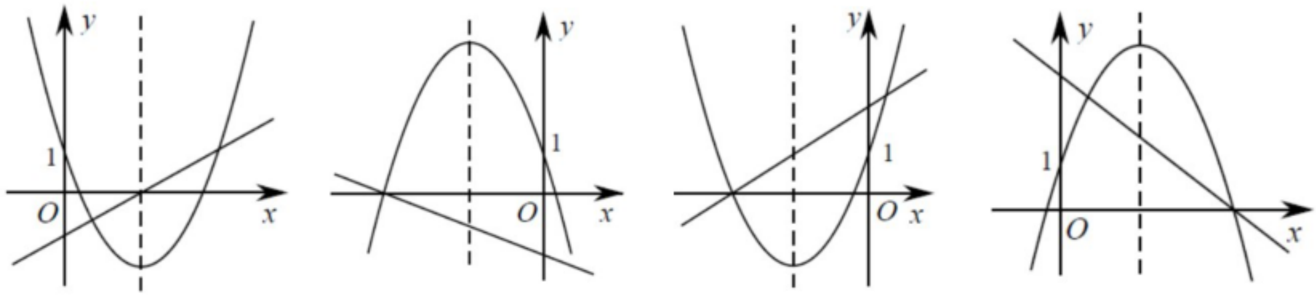
C. $\begin{cases} x+y=100 \\ \dfrac{7}{500}x+300y=10000 \end{cases}$　　　　D. $\begin{cases} x+y=100 \\ \dfrac{500}{7}x+300y=10000 \end{cases}$

8．如图，在点 F 处，看建筑物顶端 D 的仰角为 32°，向前走了 15 米到达点 E 即 $EF=15$ 米，在点 E 处看点 D 的仰角为 64°，则 CD 的长用三角函数表示为（　　）

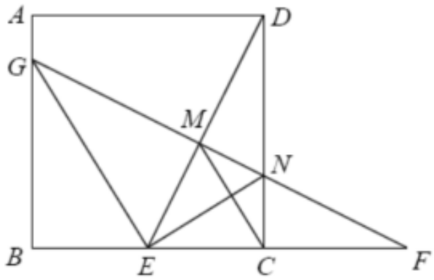


A．$15\sin 32°$　　B．$15\tan 64°$　　C．$15\sin 64°$　　D．$15\tan 32°$

9．二次函数 $y=ax^2+bx+1$ 的图象与一次函数 $y=2ax+b$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是（　　）



10．在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，点 E 是 BC 边的中点，连接 DE，延长 EC 至点 F，使得 $EF=DE$，过点 F 作 $FG\perp DE$，分别交 CD、AB 于 N、G 两点，连接 CM、EG、EN，下列正确的是（　　）



①$\tan\angle GFB=\dfrac{1}{2}$；　②$MN=NC$；　③$\dfrac{CM}{EG}=\dfrac{1}{2}$；　④$S_{四边形GBEM}=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$．

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

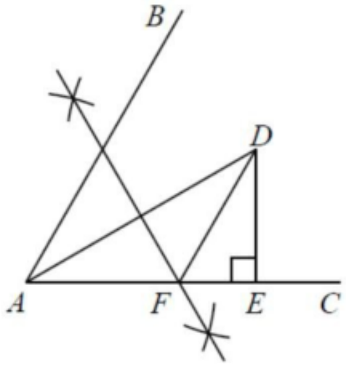
二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

11．因式分解：$7a^2-28=$ ________．

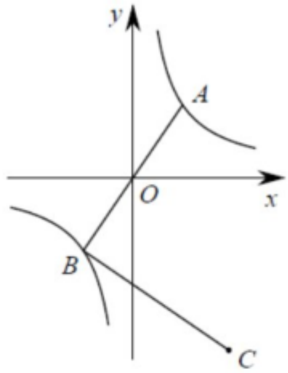
12．已知方程 $x^2+mx-3=0$ 的一个根是 1，则 m 的值为________．

13．如图，已知 $\angle BAC=60°$，AD 是角平分线且 $AD=10$，作 AD 的垂直平分线交 AC 于点 F，作 $DE\perp AC$，

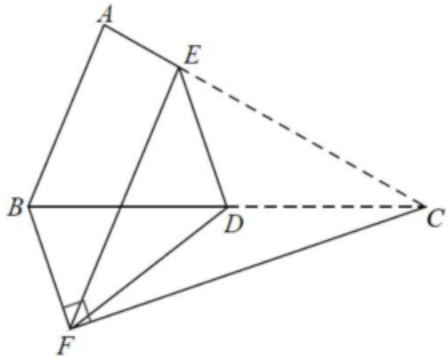
则$\triangle DEF$周长为________.



14．如图，已知反比例函数过 A，B 两点，A 点坐标$(2,3)$，直线AB经过原点，将线段AB绕点 B 顺时针旋转 90°得到线段BC，则 C 点坐标为________.



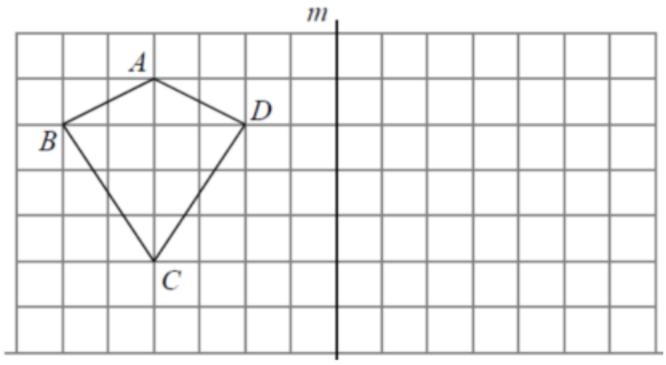
15．如图，在$\triangle ABC$中，D，E 分别为BC，AC上的点，将$\triangle COE$沿DE折叠，得到$\triangle FDE$，连接BF，CF，$\angle BFC=90°$，若$EF//AB$，$AB=4\sqrt{3}$，$EF=10$，则AE的长为__________.



三、解答题（共 55 分）

16．（6 分）先化简再求值：$\left(\frac{1}{x+2}+1\right)\div\frac{x^2+6x+9}{x+3}$，其中$x=-1$.

17．（6 分）如图所示，在正方形网格中，每个小正方形的边长为 1 个单位.

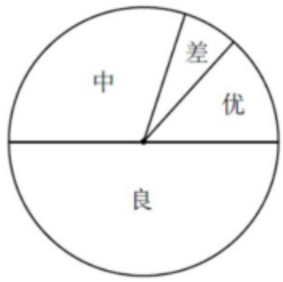


（1）过直线 m 作四边形 $ABCD$ 的对称图形；

（2）求四边形 $ABCD$ 的面积.

18.（8 分）随机调查某城市 30 天空气质量指数（ AQI ），绘制成如下扇形统计图.

空气质量等级	空气质量指数（ AQI ）	频数
优	$AQI\leq 50$	m
良	$50<AQI\leq 10000$	15
中	$100<AQI\leq 150$	9
差	$AQI>150$	n



（1） $m=$____， $n=$ ______；

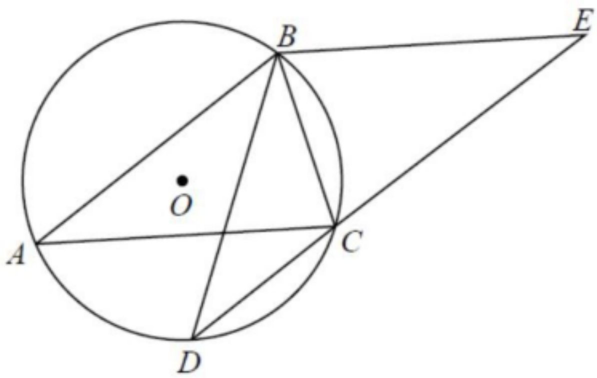
（2）求良的占比；

（3）求差的圆心角；

（4）折线图是一个月内的空气污染指数统计，然后根据这个一个月内的统计进行估测一年的空气污染指数为中的天数，从折线图可以得到空气污染指数为中的有 9 天.

根据折线统计图，一个月（30 天）中有_____天 AQI 为中，估测该城市一年（以 365 天计）中大约有_____天 AQI 为中.

19.（8 分）如图， AB 为 $\odot O$ 的弦，D，C 为 ACB 的三等分点， $AC//BE$.



（1）求证：$\angle A=\angle E$；

（2）若 $BC=3$，$BE=5$，求 CE 的长.

20．（8 分）某科技公司销售高新科技产品，该产品成本为 8 万元，销售单价 x（万元）与销售量 y（件）的关系如下表所示：

x（万元）	10	12	14	16
y（件）	40	30	20	10

（1）求 y 与 x 的函数关系式；

（2）当销售单价为多少时，有最大利润，最大利润为多少？

21．（9 分）探究：是否存在一个新矩形，使其周长和面积为原矩形的 2 倍、$\dfrac{1}{2}$ 倍、k 倍.

（1）若该矩形为正方形，是否存在一个正方形，使其周长和面积都为边长为 2 的正方形的 2 倍？__________（填“存在”或“不存在”）.

（2）继续探究，是否存在一个矩形，使其周长和面积都为长为 3，宽为 2 的矩形的 2 倍？

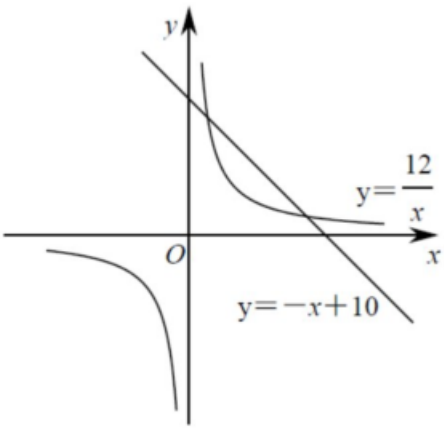
同学们有以下思路：

①设新矩形长和宽为 x、y，则依题意 $x+y=10$，$xy=12$，

联立 $\begin{cases}x+y=10\\xy=12\end{cases}$ 得 $x^2-10x+12=0$，再探究根的情况：

根据此方法，请你探究是否存在一个矩形，使其周长和面积都为原矩形的 $\dfrac{1}{2}$ 倍；

②如图也可用反比例函数与一次函数证明 l_1：$y=-x+10$，l_2：$y=\dfrac{12}{x}$，那么，



a．是否存在一个新矩形为原矩形周长和面积的 2 倍？________.

b．请探究是否有一新矩形周长和面积为原矩形的 $\dfrac{1}{2}$，若存在，用图像表达；

c．请直接写出当结论成立时 k 的取值范围：.

22.在正方形$ABCD$中，等腰直角$\triangle AEF$，$\angle AFE=90^\circ$，连接CE，H为CE中点，连接BH、BF、HF，发现$\dfrac{BF}{BH}$和$\angle HBF$为定值.

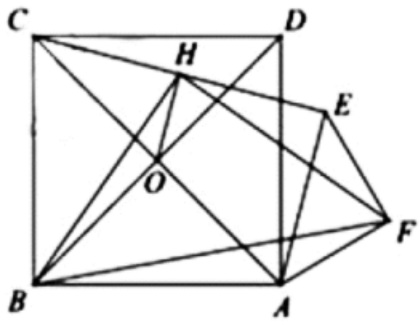


图1

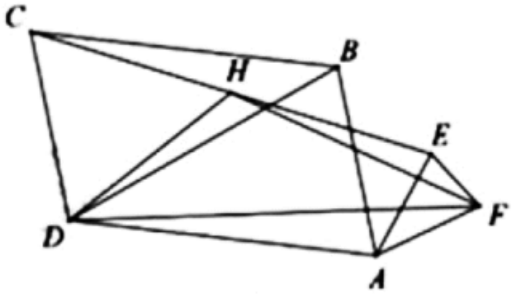


图2

（1）①$\dfrac{BF}{BH}=$__________；②$\angle HBF=$__________.

③小明为了证明①②，连接AC交BD于O，连接OH，证明了$\dfrac{OH}{AF}$和$\dfrac{BA}{BO}$的关系，请你按他的思路证明①②.

（2）小明又用三个相似三角形（两个大三角形全等）摆出如图2，$\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{EA}{FA}=k$，$\angle BDA=\angle EAF=\theta$（$0^\circ<\theta<90^\circ$）

求①$\dfrac{FD}{HD}=$__________（用k的代数式表示）

②$\dfrac{FH}{HD}=$__________（用k、θ的代数式表示）

2021年深圳中考数学试卷解析

一、选择题（每题3分，共30分）

1.【解答】B　　2.【解答】B　　3.【解答】D　　4.【解答】B

5.【解答】A　　6.【解答】C　　7.【解答】B　　8.【解答】C

9.【解答】A

10.【解答】①$\tan\angle GFB=\tan\angle EDC=\dfrac{EC}{CD}=\dfrac{1}{2}$，①正确；

②$\because \angle DMN=\angle NCF=90^\circ$，$\angle MND=\angle CNF$，

$\therefore \angle MDN=\angle CFN$，

$\because \angle ECD=\angle EMF$，$EF=ED$，$\angle MDN=\angle CFN$，

$\therefore \triangle DEC\cong\triangle FEM$（SAS），$\therefore EM=EC$，$\therefore DM=FC$，

$\because \angle MDN=\angle CFN$，$\angle MND=\angle CNF$，$DM=FC$，

$\therefore \triangle DMN\cong\triangle FCN$（AAS），$\therefore MN=NC$，故②正确；

③$\because BE=EC$，$ME=EC$，$\therefore BE=ME$，

$\because$在$Rt\triangle GBE$和$Rt\triangle GME$中：$BE=ME$，$GE=GE$，

$\therefore Rt\triangle GBE\cong Rt\triangle GME$（HL），$\therefore \angle BEG=\angle MEG$，

$\because ME=EC$，$\therefore \angle EMC=\angle ECM$，

又$\because \angle EMC+\angle ECM=\angle BEG+\angle MEG$，

$\therefore \angle GEB=\angle MCE$，$\therefore MC//GE$，$\therefore \dfrac{CM}{EG}=\dfrac{CF}{EF}$，

$\because EF=DE=\sqrt{EC^2+CD^2}=\sqrt{5}$，$CF=EF-EC=\sqrt{5}-1$，

$\therefore \dfrac{CM}{EG}=\dfrac{CF}{EF}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}=\dfrac{5-\sqrt{5}}{5}$，故③错误；

④由上述可知：$BE=EC=1$，$CF=\sqrt{5}-1$，$\therefore BF=\sqrt{5}+1$，

$\because \tan\angle F=\tan\angle EDC=\dfrac{GB}{BF}=\dfrac{1}{2}$，$\therefore GB=\dfrac{1}{2}BF=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$，

$\therefore S_{四边形GBEM}=2S_{\triangle GBE}=2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot BE\cdot BG=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$，故④正确.

故选B.

二、填空题（每题3分，共15分）

11.【解答】$7(a+2)(a-2)$

12.【解答】将$x=1$代入得：$1+m-3=0$，解得$m=2$.

13.【解答】$DF=AF$（垂直平分线上的点到线段两端点距离相等）

$\therefore C_{\triangle DEF}=DE+EF+AF=AE+DE$

$\because \angle BAC=60°$，AD是角平分线

$\therefore \angle DAE=30°$

$\because AD=10$

$\therefore DE=5$，$AE=5\sqrt{3}$

$\therefore C_{\triangle DEF}=5+5\sqrt{3}$

14.【解答】设AB：$y=k'x$，反比例：$y=\dfrac{k}{x}$

将点 A 代入可得：

$y=\dfrac{3}{2}x$；$y=\dfrac{6}{x}$

联立可得：$B(-2,-3)$

过点 B 作 y 轴的平行线 l

过点 A，点 C 作 l 的垂线，分别交于 D，E 两点

则 $D(-2,3)$

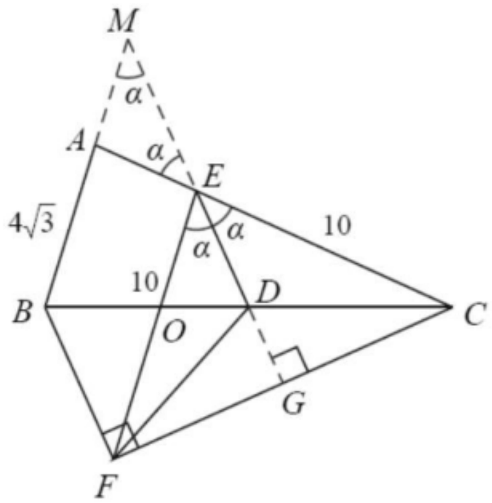
利用“一线三垂直”易证 $\triangle ABD≌\triangle BEC$

$BE=AD=4$，$CE=BD=6$

$\therefore C(4,-7)$.

15.【解答】

解法 1：如图，延长 ED，交 CF 于点 G，



由折叠，可知 $DG\perp CF$，

$\because BF\perp CF$，$\therefore ED//BF$，

延长 DE， BA，交于点 M，

$\because ED//BF$，且 $BA//EF$，

$\therefore$四边形 $BFEM$ 为平行四边形，

$\therefore BM=EF=EC=10$，

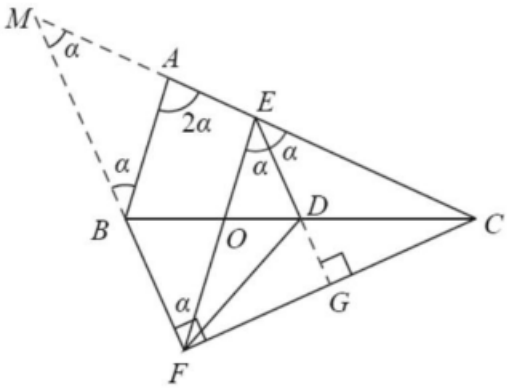
又易证 $\angle M=\angle AEM$，

$\therefore AE=AM$，

$\because AM=BM-AB=10-4\sqrt{3}$，

$\therefore AE=10-4\sqrt{3}$.

解法 2：如图，延长 ED，交 CF 于点 G，



由折叠，可知 $DG\perp CF$，

$\because BF\perp CF$，

$\therefore ED//BF$，

$\therefore \angle FED=\angle BFE=\alpha$，

延长 EA， FB，交于点 M，

$\because AB//EF$，

$\therefore \angle BAC=\angle FEC=2\alpha$， $\angle ABM=\angle BFE=\alpha$，

$\therefore \angle M=\angle BAC-\angle ABM=\alpha$，

$\because \angle M=\angle BFE=\alpha$， $\angle M=\angle ABM=\alpha$，

$\therefore EM=EF=10$， $AM=AB=4\sqrt{3}$，

$\therefore AE=EM-AM=10-4\sqrt{3}$.

解法 3：由题意易证点 D 为 BC 的中点，

如图，取 AC 的中点 M，连接 DM，

$\therefore DM//AB$， $DM=\dfrac{1}{2}AB=2\sqrt{3}$，

$\because AB//EF$， $DM//AB$，

$\therefore DM//EF$，

$\therefore \angle FED=\angle MDE=\alpha$，

$\because \angle FED=\angle MED=\alpha$，

$\therefore \angle MED=\angle MDE$，

$\therefore EM=MD=2\sqrt{3}$，

$\because EC=10$，

$\therefore MC=10-2\sqrt{3}$，

$\because AM=MC=10-2\sqrt{3}$，且 $EM=2\sqrt{3}$，

$\therefore AE=AM-EM=10-2\sqrt{3}-2\sqrt{3}=10-4\sqrt{3}$．

解法 4：由折叠，易证 $ED\perp CF$，

$\therefore BF//ED$，$\therefore \angle BFE=FED=\alpha$，

过点 F 作 $FM//AE$，交 AB 延长线于点 M，

$\therefore$四边形 $AMFE$ 为平行四边形，

$\therefore \angle MFE=\angle FEC=2\alpha$，

$\therefore \angle MFB=\angle MFE-\angle BFE=\alpha$，

又$\because AB//EF$，

$\therefore \angle MBF=\angle BFE=\alpha$，

$\therefore \angle MFB=\angle MBF$，$\therefore MB=MF$，

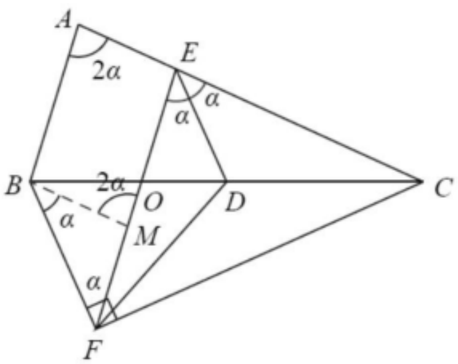
$\because$四边形 $AMFE$ 为平行四边形，

$\therefore AM=EF=EC=10$，$AE=MF=MB$，

$\therefore MB=AM-AB=10-4\sqrt{3}$，

$\therefore AE=10-4\sqrt{3}$．

解法 5：如图过点 B 作 $BM//AC$，交 EF 于点 M，



$\therefore$四边形 $ABME$ 为平行四边形，

且 $\angle BME=\angle FEC=2\alpha$，

由折叠，可知 $ED\perp FC$，

$\because BF\perp FC$，

$\therefore BF // ED$，

$\therefore \angle BFM = \angle FED = \alpha$，

$\therefore \angle FBM = \angle BME - \angle MBF = \alpha$，

$\therefore \angle FBM = \angle BFM$，

$\therefore MB = MF$，

$\because$ 四边形 $ABME$ 为平行四边形，

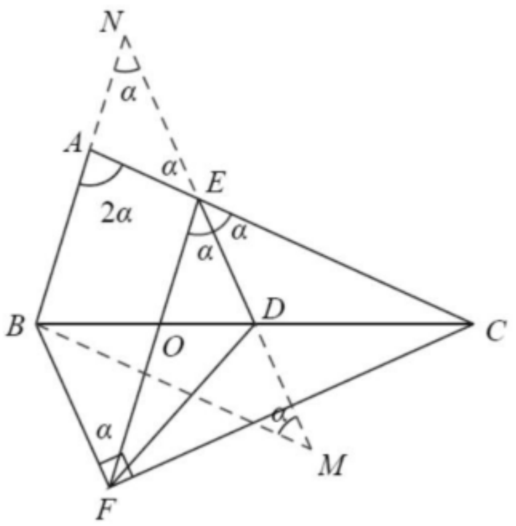
$\therefore AE = MB = MF$， $EM = AB = 4\sqrt{3}$，

$\because MF = EF - EM = EC - EM = 10 - 4\sqrt{3}$，

$\therefore AE = 10 - 4\sqrt{3}$．

解法 6：

延长 ED 至点 M，使得 $DM = ED$，连接 BM，



易证 $\triangle BDM \cong \triangle CDE$， $BM // EC$，

$\therefore BM = EC = 10$， $\angle M = DEC = \alpha$，

$\because AB // EF$，

$\therefore \angle N = \angle FED = \alpha$，

$\therefore \angle N = \angle M$，

$\therefore BN = BM = 10$，

$\because \angle AEN = \angle DEC = \alpha$，

$\therefore \angle AEN = \angle N$，

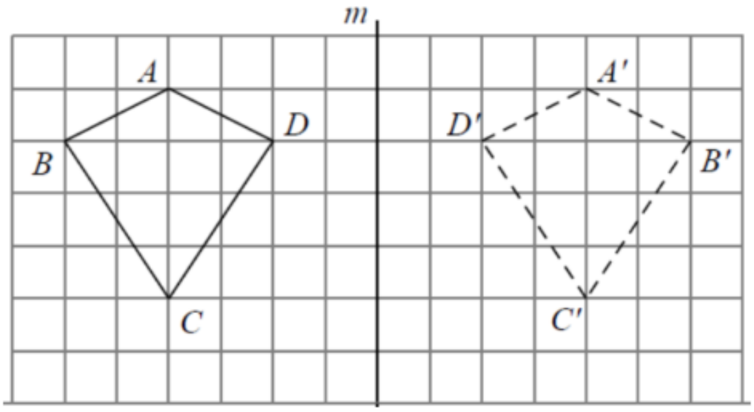
$\therefore AE = AN = BN - AB = 10 - 4\sqrt{3}$．

三、解答题（共 55 分）

16.【解答】原式 $=\left(\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+2}\right)\cdot\dfrac{x+3}{(x+3)^2}=\dfrac{x+3}{x+2}\cdot\dfrac{1}{x+3}=\dfrac{1}{x+2}$

当 $x=-1$ 时，原式 $=\dfrac{1}{-1+2}=1$.

17.【解答】(1) 如图所示：



(2) $S=8$.

18.【解答】(1) 4，2； (2) 50%； (3) 24°； (4) 9，100.

19.【解答】(1) 连接 AD，∵A、D、C、B 四点共圆

$\therefore \angle BAD+\angle BCD=180°$

又 $\angle BCD+\angle BCE=180°$

$\therefore \angle BAD=\angle BCE$

又 $\angle BAD=\angle ABC$

$\therefore \angle ABC=\angle BCE$

$\therefore AB//CE$，又 $AC//BE$

∴四边形 $ACEB$ 为平行四边形

$\therefore \angle A=\angle E$

(2) $\because BD=CD$，$\therefore CD=BD=3$

又 $\because CD//AB$，$\therefore BC=AD=BE=5$

又 $\because \angle\dfrac{CD}{BC}=\dfrac{BC}{CE}$，即 $\dfrac{3}{5}=\dfrac{5}{CE}$

$\therefore CE=\dfrac{25}{3}$，$\therefore DE=\dfrac{16}{3}$.

20.【解答】(1) $y=-5x+90$；

(2) $y=-5x^2+130x+720=-5(x-13)^2+125$.

21.【解答】(1) 不存在；

(2) ①存在；

$\because x^2-10x+12=0$ 的判别式 $\Delta>0$，方程有两组正数解，故存在；

从图像来看，l_1： $y=-x+10$，l_2： $y=\dfrac{12}{x}$ 在第一象限有两个交点，故存在；

②设新矩形长和宽为 x、y，则依题意 $x+y=\dfrac{5}{2}$， $xy=3$，联立 $\begin{cases} x+y=\dfrac{5}{2} \\ xy=3 \end{cases}$ 得 $x^2-\dfrac{5}{2}x+3=0$，

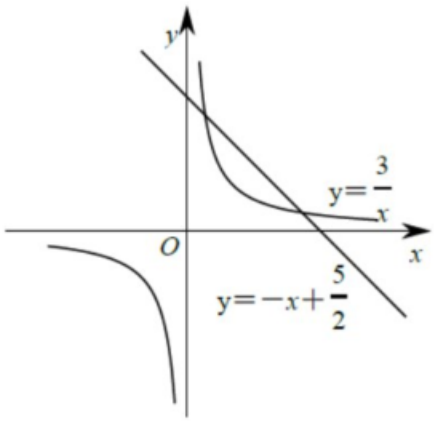
因为 $\Delta<0$，此方程无解，故这样的新矩形不存在；

从图像来看，l_1： $y=-x+10$，l_2： $y=\dfrac{12}{x}$ 在第一象限无交点，故不存在；

（3）$k \geqslant \dfrac{24}{25}$；

设新矩形长和宽为 x 和 y，则由题意 $x+y=5k$， $xy=6k$，

联立 $\begin{cases} x+y=5k \\ xy=6k \end{cases}$ 得 $x^2-5kx+6k=0$，$\Delta=25k^2-24k \geqslant 0$，故 $k \geqslant \dfrac{24}{25}$.

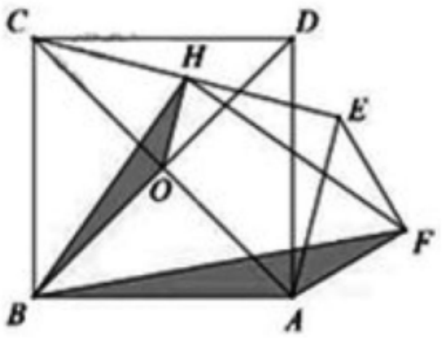


22.【考点】几何探究型问题

【邦德解析】

（1）$\sqrt{2}$；②45°

③证明：如图所示：



由正方形性质得：$\dfrac{AB}{BO}=\sqrt{2}$，O 为 AC 的中点

又∵H 为 CE 的中点，则 $OH//AE$，$OH=\dfrac{1}{2}AE$

∴$\triangle AEF$ 是等腰直角三角形

∴$AE=\sqrt{2}AF$

∴$\dfrac{AF}{OH}=\sqrt{2}=\dfrac{AB}{BO}$

∵$OH//AE$

∴$\angle COH=\angle CAE$，又∵$\angle CAE=\angle DAF$

∴$\angle COH=\angle DAF$

又$\angle BOC=\angle BAD=90°$

∴$\angle BOH=\angle BAF$，又∵$\dfrac{AF}{OH}=\dfrac{AB}{BO}=\sqrt{2}$

∴$\triangle BOH\backsim\triangle BAF$

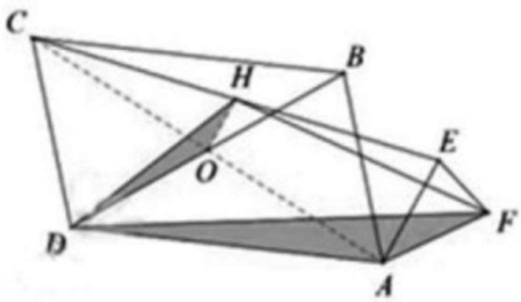
∴$\dfrac{BF}{BH}=\sqrt{2}$，$\angle HBO=\angle FBA$

∴$\angle HBF=\angle HBO+\angle DBF=\angle FBA+\angle DBF=\angle DBA=45°$

（2）①$\dfrac{2}{k}$　②$\dfrac{\sqrt{k^2-4k\cos\theta+4}}{k}$

理由如下：

①如图，连接 AC，与 BD 交于 O 点，连接 OH



由（1）的第③问同理可证：$\triangle DOH\backsim\triangle DAF$

∴$\dfrac{FD}{HD}=\dfrac{AD}{DO}=\dfrac{2}{k}$

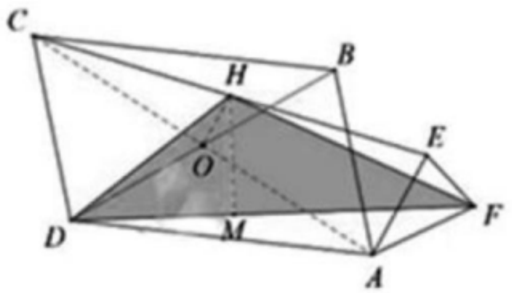
②方法 1：

由①$\triangle DOH\backsim\triangle DAF$ 得：

$\angle HDO=\angle FDA$，则 $\angle HDF=\angle BDA=\theta$

在 $\triangle HDF$ 中，$\angle HDF=\theta$，$\dfrac{FD}{HD}=\dfrac{2}{k}$

不妨令 $DF=2t$，$DH=kt$，如图作 $HM\perp DF$



则：$HM=DH\sin\theta=kt\sin\theta$，$DM=kt\cos\theta$

则 $MF=DF-DM=(2-k\cos\theta)t$

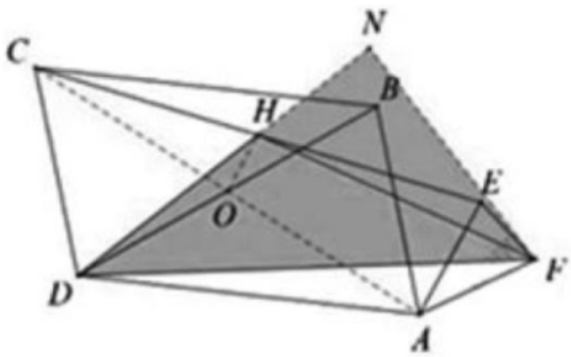
由勾股定理 $HF^2=MH^2+MF^2$ 解得：

$HF=t\sqrt{k^2-4k\cos\theta+4}$

$\therefore \dfrac{FH}{DH}=\dfrac{\sqrt{k^2-4k\cos\theta+4}}{k}$.

方法 2：

由方法①得：



在 $\triangle HDF$ 中，$\angle HDF=\theta$，$\dfrac{FD}{HD}=\dfrac{2}{k}$

不妨令 $DF=2t$，$DH=kt$，作 $FN\perp DH$，垂足为 N

在 $\mathrm{Rt}\triangle DNF$ 中，$FN=DF\sin\theta=2t\sin\theta$，$DN=2t\cos\theta$

则 $HN=DN-DH=(2\cos\theta-k)t$

在 $\mathrm{Rt}\triangle HNF$ 中由勾股定理解得：

$HF=t\sqrt{k^2-4k\cos\theta+4}$，

$$\therefore \frac{FH}{DH}=\frac{\sqrt{k^2-4k\cos\theta+4}}{k}$$